

NOTA	
-------------	--

DATOS PERSONALES. USAR LÁPIZ PASTA y LETRA MAYÚSCULA):

Apellido paterno:	Apellido materno:	Nombre:
Número de RUT:	Número de MATRICULA:	SECCIÓN:

- Instrucciones:**
- **NO HAY CONSULTAS.**
 - Las respuestas sin desarrollo o sin justificación, no dan puntaje.
 - Las respuestas desordenadas, no serán corregidas.
 - Recuerde que debe realizar su prueba en su respectiva sección, de lo contrario será calificad@ con nota mínima.
 - Queda totalmente prohibido el uso de calculadoras programables y formularios
 - Apagar y guardar sus **celulares**.

$$\text{Nota} = 1 + \frac{\text{Puntos}}{10}.$$

Duración= 60 minutos

CORRECCIÓN

Pregunta 1	
Pregunta 2	
Pregunta 3	
TOTAL PUNTOS	

1) [20 ptos.]

a) [10 ptos.] Demuestre, sin usar tablas de verdad, que la siguiente proposición es una Tautología.

$$(p \vee q) \wedge (p \longrightarrow q) \iff q$$

b) [10 ptos.] Considere la proposición

$$p : (\forall x \in \mathbb{R}) (\exists y \in \mathbb{R}) (x + y > 3 \longrightarrow x - y > 0)$$

Encuentre $\sim p$

Recuerde: $\sim p = \neg p = \bar{p}$

2) [20 ptos.]

a) [10 ptos.] Sean las proposiciones

- $p : \forall x \in \mathbb{Q} : \frac{1}{2} + x > 0$
- $q : \exists x \in \mathbb{I} : x + 0 = \pi$
- $r : \forall x \in \mathbb{R} : x^2 + 1 = 0$

Hallar el valor de verdad de $[(p \longrightarrow q) \wedge r] \iff \sim q$

b) [10 ptos.] Demuestre utilizando álgebra de conjuntos que:

$$[(A - B) \cup A] \cap [(U \cap A) \cup B] = A$$

3) [20 ptos.] Una encuesta aplicada a inversionistas del mercado de acciones, sobre si tienen acciones de las empresas A , B y C , reveló la siguiente información:

38 tienen acciones de A ; 72 tienen acciones de B ; 3 tienen acciones sólo de C ; 28 tienen acciones de A y B ; 30 en A y C ; 50 de B y C ; 20 tienen acciones de las tres empresas; 25 no tienen acciones en las empresas consultadas.

a) [8 ptos.] Definir el conjunto universo y los subconjuntos involucrados en el problema, e incorporar en un diagrama de Venn toda la información que se desprende del problema.

- b)
- [6 ptos.] ¿Cuántos inversionistas fueron consultados en la encuesta?
 - [6 ptos.] ¿Cuántos inversionistas que tienen acciones de la empresa B , no tienen acciones de C ?

Pauta de Corrección

1) a)

$$\begin{aligned}
 (p \vee q) \wedge (p \longrightarrow q) &\iff (p \vee q) \wedge (\sim p \vee q) \\
 &\iff [(p \vee q) \wedge \sim p] \vee [(p \vee q) \wedge q] \\
 &\iff [(p \wedge \sim p) \vee (q \wedge \sim p)] \vee [(p \wedge q) \vee (q \wedge q)] \\
 &\iff [F \vee (q \wedge \sim p)] \vee [(p \wedge q) \vee q] \\
 &\iff (q \wedge \sim p) \vee [(p \wedge q) \vee q] \\
 &\iff [(q \wedge \sim p) \vee (p \wedge q)] \vee q \\
 &\iff [(q \wedge (p \vee \sim p))] \vee q \\
 &\iff (q \wedge V) \vee q \\
 &\iff q \vee q \\
 &\iff q
 \end{aligned}$$

(1 pto cada equivalencia)

b) Claramente $\sim p : (\exists x \in \mathbb{R}) (\forall y \in \mathbb{R}) (x + y > 3 \wedge x - y \leq 0)$

(2)+(2)+(3)+(3) ptos

2) a) ■ $p : \forall x \in \mathbb{Q} : \frac{1}{2} + x > 0 \implies \sim p : \exists x \in \mathbb{Q} : \frac{1}{2} + x \leq 0$. Basta considerar $x = -\frac{1}{5} \in \mathbb{Q}$

(FALSO) 2 ptos

■ $q : \exists x \in \mathbb{I} : x + 0 = \pi$. Si $x = \pi \in \mathbb{I} \implies \pi + 0 = \pi$ **(VERDADERO)** 2 ptos

■ $r : \forall x \in \mathbb{R} : x^2 + 1 = 0$. Si consideramos $x = 5 \in \mathbb{R} : 5^2 = -1$ **(FALSO)** 2 ptos

■ Finalmente $[(p \longrightarrow q) \wedge r] \iff \sim q \equiv [(F \longrightarrow V) \wedge F] \iff \sim V \equiv (V \wedge F) \iff F \equiv V$ 4 ptos

b)

$$\begin{aligned}
 [(A - B) \cup A] \cap [(U \cap A) \cup B] &= [(A \cap B^c) \cup A] \cap [A \cup B] \\
 &= [A \cup (A \cap B^c)] \cap [A \cup B] \\
 &= A \cup [(A \cap B^c) \cap B] \quad (*) \\
 &= A \cup [A \cap (B^c \cap B)] \\
 &= A \cup [A \cap \phi] \\
 &= A \cup \phi \\
 &= A
 \end{aligned}$$

(5) ptos hasta (*)+(5) ptos

3) a) ■ Conjuntos involucrados en el problema:

$$U = \{ \text{personas encuestadas} \}$$

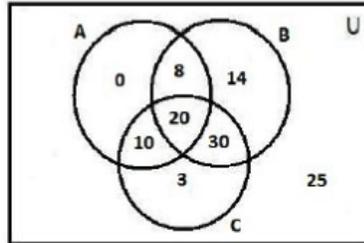
$$A = \{ \text{personas encuestadas con acciones en la empresa } A \}$$

$$B = \{ \text{personas encuestadas con acciones en la empresa } B \}$$

$$C = \{ \text{personas encuestadas que tienen acciones en la empresa } C \}$$

2 pts

■ Diagrama de Venn con la información que se desprende del problema:



2 pts

■ Datos del diagrama:

$$\#(A) = 38$$

$$\#(B) = 72$$

$$\#(C - (A \cup B)) = 3$$

$$\#(A \cap B) = 28$$

$$\#(A \cap C) = 30$$

$$\#(B \cap C) = 50$$

$$\#(A \cap B \cap C) = 20$$

$$\#(A^c \cap B^c \cap C^c) = 25$$

4 pts

b) ■ 110 inversionistas fueron consultados en la encuesta.

6 pts

■ $\#(B \cap C) = 22$

6 pts